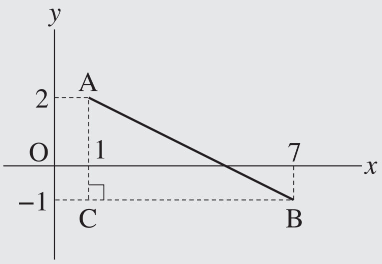
第 40 講・三平方の定理と平面図形

例題 1　座標平面上の 2 点間の距離

ポイント

● 座標平面上の 2 点の間の距離
→ 長さを求めたい線分を斜辺にもつ直角三角形を利用する

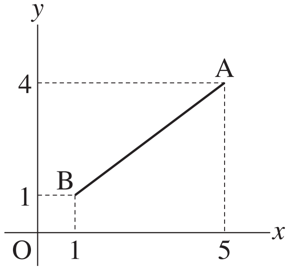
（例）2 点 A(1，2)，B(7，– 1) の間の距離
→ 右の図のように，直角三角形 ACB をつくると
AC = 3，BC = 6 だから，AB = $3\sqrt{5}$



問題

次の 2 点 A，B の間の距離を求めなさい。

(1)

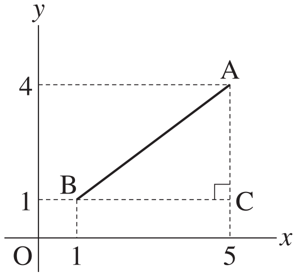


(2)　A(3，5)，B(−1，1)

解答

MEMO

(1)



上の図のように，直角三角形 ABC をつくると

$$\mathrm{BC} = 5 - 1$$
$$= 4$$
$$\mathrm{AC} = 4 - 1$$
$$= 3$$

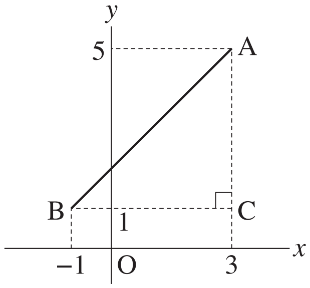
よって

$$\mathrm{AB}^2 = 4^2 + 3^2$$
$$= 16 + 9$$
$$= 25$$

$\mathrm{AB} > 0$ なので

$\mathrm{AB} = \mathbf{5}$　…(答)

(2)



上の図のように，直角三角形 ABC をつくると

$$\mathrm{BC} = 3 - (-1)$$
$$= 4$$
$$\mathrm{AC} = 5 - 1$$
$$= 4$$

よって，△ABC は AC = BC の直角二等辺三角形だから

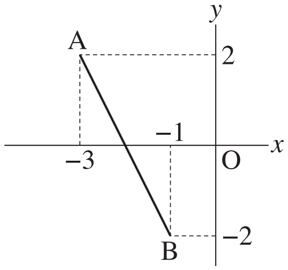
$$\mathrm{AB} : \mathrm{AC} = \sqrt{2} : 1$$
$$\mathrm{AB} : 4 = \sqrt{2} : 1$$

$\mathrm{AB} = \mathbf{4\sqrt{2}}$　…(答)

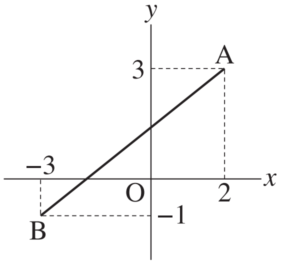
確認テスト 1

次の 2 点 A，B の間の距離を求めなさい。

(1)



(2)



(3)　A(−3，1)，B(2，−4)

例題 2　座標平面上の三角形

問題

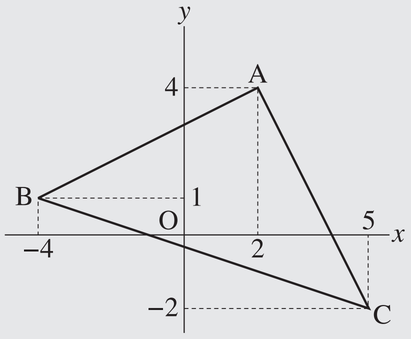
座標平面上に 3 点 A(2，4)，B(−4，1)，C(5，−2) がある。このとき，次の問いに答えなさい。

(1)　2 点 A，B の間の距離を求めなさい。

(2)　△ABC はどんな三角形か答えなさい。

ポイント

● 座標平面上の三角形がどのような三角形か調べる
　→ 三平方の定理を利用して，各辺の長さを求める。
　　求めた辺の長さから，その三角形が
　　　・直角三角形
　　　・二等辺三角形（または正三角形）
　　に当てはまるかどうか考える。



解答

(1)　2 点 A，B の x 座標，y 座標の差はそれぞれ

$2-(-4)=6$

$4-1=3$

よって

$$\begin{aligned}AB^2 &= 6^2+3^2\\ &= 36+9\\ &= 45\end{aligned}$$

AB > 0 なので

AB = $\mathbf{3\sqrt{5}}$　…(答)

(2)　(1)と同様にして，BC，AC の長さを求める。2 点 B，C の x 座標，y 座標の差はそれぞれ

$5-(-4)=9$

$1-(-2)=3$

よって

$$\begin{aligned}BC^2 &= 9^2+3^2\\ &= 81+9\\ &= 90\end{aligned}$$

BC > 0 なので

$BC=3\sqrt{10}$

2 点 A，C の x 座標，y 座標の差はそれぞれ

$5-2=3$

$4-(-2)=6$

よって

$$\begin{aligned}AC^2 &= 3^2+6^2\\ &= 9+36\\ &= 45\end{aligned}$$

AC > 0 なので

$AC=3\sqrt{5}$

したがって

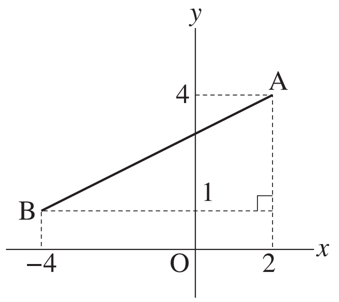
$$\begin{aligned}AB:AC:BC &= 3\sqrt{5}:3\sqrt{5}:3\sqrt{10}\\ &= 1:1:\sqrt{2}\end{aligned}$$

だから

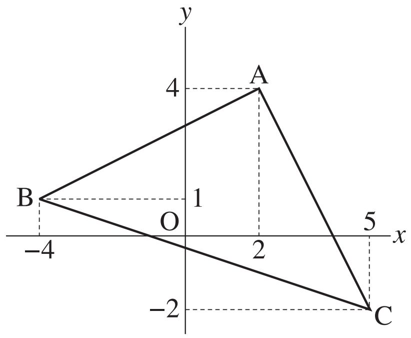
∠A = 90° の直角二等辺三角形　…(答)

MEMO

(1)



(2)



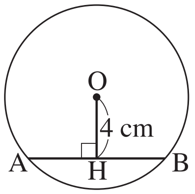
確認テスト 2

　座標平面上に 3 点 A(5，2)，B(1，5)，C(−5，− 3) がある。このとき，次の問いに答えなさい。
(1)　2 点 A，B の間の距離を求めなさい。
(2)　△ABC はどんな三角形か答えなさい。

例題 3　三平方の定理と円①

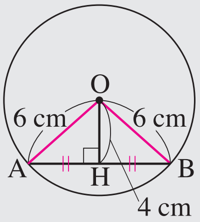
問題

　右の図のような半径 6 cm の円 O で，中心からの距離 OH が 4 cm である弦 AB の長さを求めなさい。



ポイント

● 点 O と A，点 O と B をそれぞれ結び，2 つの直角三角形 OAH，OBH をつくると
　　△OAH ≡ △OBH
　対応する辺の長さは等しいので，AH = BH となる。
　→ 直角三角形 OAH に着目して AH の長さを求める。



解答

　点 O と A を結ぶ。直角三角形 OAH に着目すると

$$AH^2 + OH^2 = OA^2$$
$$AH^2 + 4^2 = 6^2$$
$$AH^2 = 36 - 16$$
$$AH^2 = 20$$

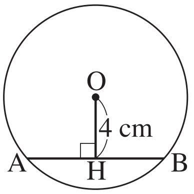
AH > 0 なので

$$AH = 2\sqrt{5}\ \text{cm}$$

点 H は弦 AB の中点なので

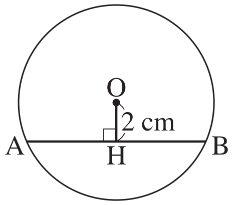
$$AB = 2AH$$
$$= 2 \times 2\sqrt{5}$$
$$= \mathbf{4\sqrt{5}}\ \textbf{(cm)}$$ …(答)

MEMO



確認テスト 3

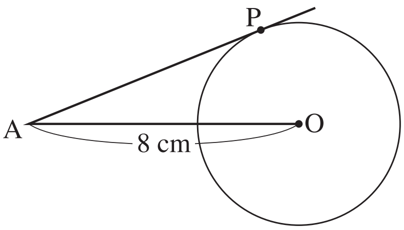
右の図のような半径 5 cm の円 O で，中心からの距離 OH が 2 cm である弦 AB の長さを求めなさい。



例題 4 三平方の定理と円②

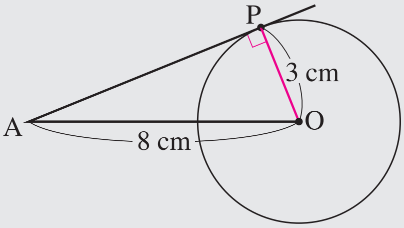
問題

右の図で，直線 AP は円 O の接線で，点 P は接点である。円の半径が 3 cm，AO ＝ 8 cm のとき，線分 AP の長さを求めなさい。



ポイント

- 点 O と P を結ぶと，円の接線と，接点を通る半径は垂直なので，∠APO ＝ 90° である。OP ＝ 3 cm だから，直角三角形 OAP に着目して AP の長さを求める。



解答

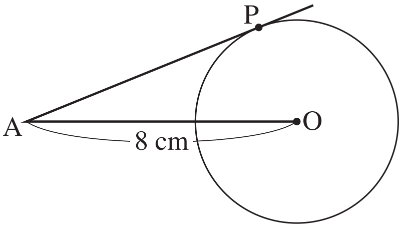
点 O と P を結ぶと，△OAP は ∠APO ＝ 90° の直角三角形だから

$$AP^2 + OP^2 = OA^2$$
$$AP^2 + 3^2 = 8^2$$
$$AP^2 = 64 - 9$$
$$AP^2 = 55$$

AP > 0 なので

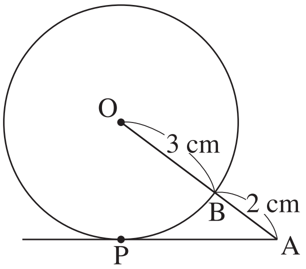
$$AP = \sqrt{55}\ \text{cm}$$ …(答)

MEMO



確認テスト 4

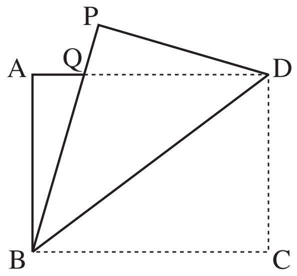
右の図で，直線 AP は円 O の接線で，点 P は接点である。また，円 O と線分 OA の交点を B とする。OB ＝ 3 cm，AB ＝ 2 cm のとき，線分 AP の長さを求めなさい。



例題 5　三平方の定理と図形の折り返し

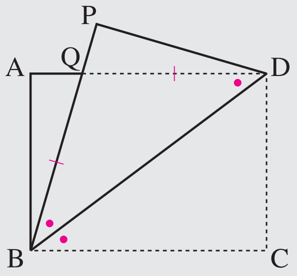
問題

右の図は，AB = 12 cm，BC = 16 cm の長方形 ABCD を対角線 BD を折り目として折り曲げたものである。線分 BQ の長さを求めなさい。



ポイント

- もとの角と折り返した角は等しいから，∠PBD = ∠CBD。
  AD // BC より，平行線の錯角は等しいので，∠QDB = ∠CBD
  → ∠PBD = ∠QDB，つまり ∠QBD = ∠QDB となる
  → 2 つの角が等しいので，△QBD は QB = QD の
  　二等辺三角形である



- QB = QD = x cm とおくと
  AQ = AD − QD
  　= 16 − x（cm）
  と表せるので，直角三角形 AQB に三平方の定理を適用する。

解答

　もとの角と折り返した角は等しいから

$\angle PBD = \angle CBD$ …①

AD // BC より，平行線の錯角は等しいので

$\angle QDB = \angle CBD$ …②

①，②より

$\angle PBD = \angle QDB$

よって，$\angle QBD = \angle QDB$ だから，2 つの角が等しいので $\triangle QBD$ は $QB = QD$ の二等辺三角形である。

　$QB = QD = x$ cm とおくと

$$AQ = AD - QD = 16 - x \text{ (cm)}$$

と表せるので，直角三角形 ABQ に着目すると

$$12^2 + (16 - x)^2 = x^2$$
$$144 + 256 - 32x + x^2 = x^2$$
$$-32x = -400$$
$$x = \frac{25}{2}$$

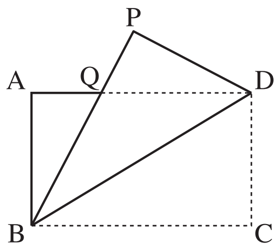
よって

$$BQ = \mathbf{\frac{25}{2}\ cm}$$ …**(答)**

MEMO

確認テスト 5

　右の図は，$AB = 6$ cm，$BC = 10$ cm の長方形 ABCD を対角線 BD を折り目として折り曲げたものである。線分 BQ の長さを求めなさい。



[メモ]